

## उत्तरमध्यमा द्वितीयखण्ड (12वीं) वार्षिक परीक्षा 2025-26

विषय कोड : 1208

गणित

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 100

निर्देश : (i) सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।

(ii) प्रश्नों के लिए आवंटित अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

(iii) प्रश्न क्र. 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं।

(iv) प्रश्न क्र. 6 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं।

1. सही विकल्प चुनिए—

8

(i) मान लीजिए कि समुच्चय  $N$  में,  $R = \{(a, b) : a = b - 2, b > 6\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध  $R$  है। निम्नलिखित में से सही उत्तर चुनिए :(a)  $(2, 4) \in R$ (b)  $(3, 8) \in R$ (c)  $(6, 8) \in R$ (d)  $(8, 7) \in R$ (ii)  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  एक वर्ग आव्यूह है यदि :(a)  $m < n$ (b)  $m > n$ (c)  $m = n$ 

(d) इनमें से कोई नहीं

(iii) यदि  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$  तथा  $A + A' = I$ , तो

(a)  $\frac{\pi}{6}$

(b)  $\frac{\pi}{3}$

(c)  $\pi$

(d)  $\frac{3\pi}{2}$

(iv) एक वृत्त की त्रिज्या  $r = 6$  cm पर  $r$  के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर है :

(a)  $10 \pi$

(b)  $12 \pi$

(c)  $8 \pi$

(d)  $11 \pi$

(v) अवकल समीकरण  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$  की घात है :

(a) 3

(b) 2

(c) 1

(d) परिभाषित नहीं

(vi) यदि शून्येतर सदिश  $\vec{a}$  का परिमाण 'a' है और  $\lambda$  एक शून्येतर अदिश है, तो  $\lambda \vec{a}$  एक मात्रक सदिश है यदि :

(a)  $\lambda = 1$

(b)  $\lambda = -1$

(c)  $a = |\lambda|$

(d)  $a = \frac{1}{|\lambda|}$

(vii) x-अक्ष की दिक्-कोसाइन होगी :

(a) 1, 0, 0

(b) 0, 1, 0

(c) 0, 0, 1

(d) 1, 1, 1

(viii) यदि  $P(A) = \frac{7}{13}$ ,  $P(B) = \frac{9}{13}$  और  $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ , तो  $P\left(\frac{A}{B}\right)$  का मान होगा :

(a)  $\frac{2}{9}$

(b)  $\frac{4}{9}$

(c)  $\frac{9}{2}$

(d) 3

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

1×8=8

(i) A पर परिभाषित संबंध R एक तुल्यता संबंध कहलाता है, यदि R स्वतुल्य, सममित तथा ..... है।

(ii)  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  का मुख्य ..... है।

(iii)  $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ x-1 & x \end{vmatrix}$  का मान ..... है।

(iv) यदि  $f$  अन्तराल  $[a, b]$  पर संतत और विवृत्त अंतराल  $(a, b)$  पर अवकलीय है, तब  $[a, b]$  में  $f$  वर्धमान है यदि प्रत्येक  $x \in (a, b)$  के लिए ..... है।

(v) यदि  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  और  $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$  तो  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  का मान ..... होगा।

(vi) यदि  $\vec{a} = x\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  और  $\vec{b} = 5\hat{i} + y\hat{j} + 3\hat{k}$  समान हों, तो  $x + y$  का मान ..... होगा।

(vii) यदि A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि  $P\left(\frac{A}{B}\right) = P\left(\frac{B}{A}\right) \neq 0$  तब

$$P(A) = \dots\dots\dots$$

(viii) यदि  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.4$  और  $P(A \cap B) = 0.12$ , तो A और B .....  
घटनाएँ हैं।

3. सही जोड़ियाँ मिलाइए -

1×8=8

स्तंभ 'अ'

स्तंभ 'ब'

(i)  $\int \cos x \, dx$

(a)  $\log x + c$

(ii)  $\int \frac{1}{x} \, dx$

(b)  $e^x + c$

(iii)  $\int e^x \, dx$

(c)  $\log \sin x + c$

(iv)  $\int \cot x \, dx$

(d)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + c$

(v)  $\int \sin^{-1} x \, dx$

(e)  $\tan x + c$

(vi)  $\int \sec^2 x \, dx$

(f)  $-\operatorname{cosec} x + c$

(vii)  $\int \operatorname{cosec} x \, dx$

(g)  $\sin x + c$

(viii)  $\int \operatorname{cosec} x \cot x \, dx$

(h)  $\log (\operatorname{cosec} x - \cot x) + c$

4. सत्य/असत्य लिखिये :

1×8=8

- (i) समुच्चय A पर परिभाषित संबंध R स्वतुल्य कहलाता है, यदि प्रत्येक  $a \in A$  के लिए  $(a, a) \in R$ .
- (ii) किसी प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन का वह मान, जो उसकी मुख्य शाखा में स्थित होता है, प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन का मुख्य मान कहलाता है।
- (iii)  $\sin x^2$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन  $\cos x^2$  है।
- (iv) वृत्त  $x^2 + y^2 = a^2$  का क्षेत्रफल  $\pi a^2$  वर्ग इकाई होता है।
- (v) किसी अवकल समीकरण की कोटि उस अवकल समीकरण में सम्मिलित स्वतंत्र चर के सापेक्ष आश्रित चर के उच्चतम कोटि के अवकलज की कोटि द्वारा परिभाषित होती है।
- (vi) एक सदिश जिसके प्रारंभिक एवं अंतिम बिन्दु संपाती होते हैं, शून्य सदिश कहलाता है।
- (vii) यदि A और B परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हों, तो  $P(A \cap B) = 1$  होता है।
- (viii) यदि एक रेखा  $x, y$  तथा  $z$ -अक्षों के साथ क्रमशः  $\alpha, \beta$  और  $\gamma$  कोण बनाती है, तो उस रेखा की दिक्-कोसाइन  $\sin \alpha, \sin \beta, \sin \gamma$  होगी।

5. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए—

1×8=8

- (i) क्या  $f(x) = 2x$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  एकैकी है ?
- (ii) यदि किसी स्तंभ आव्यूह में कुल 3 अवयव हों, तो उस आव्यूह की कोटि कितनी होगी ?
- (iii)  $\cos \sqrt{x}$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन कितना होगा ?
- (iv)  $\int_{-1}^1 x dx$  का मान कितना होगा ?

(v) यदि  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$  और  $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j}$  तब क्या  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$  है ?

(vi) बिन्दु (0, 3, 0) की y अक्ष से दूरी कितनी होगी ?

(vii) रैखिक प्रोग्रामन समस्या को परिभाषित कीजिए।

(viii) यदि A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं, जहाँ  $P(A) = 0.3$  और  $P(B) = 0.6$ , तो  $P(A \text{ या } B)$  का मान कितना होगा ?

6. सिद्ध कीजिए कि  $f(x) = x^2$  द्वारा परिभाषित फलन  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , न तो एकैकी है और न आच्छादक।

अथवा

यदि  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (3 - x^3)^{\frac{1}{3}}$ , तो  $f \circ f(x)$  ज्ञात कीजिए।

7. एक  $2 \times 2$  आव्यूह  $A = [a_{ij}]$  को रचना कीजिए जिसके अवयव

$$a_{ij} = \frac{i}{j}$$

द्वारा प्रदत्त हैं।

अथवा

यदि

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \text{ तथा } B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

हैं, तो  $2A - B$  ज्ञात कीजिए।

8. सारणिक

2

$$\begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$$

का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

तो  $|3A|$  का मान ज्ञात कीजिए।

9. सारणिक

2

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 3 & -5 & 0 \end{vmatrix}$$

का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 6 & x \end{vmatrix}$$

तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

10. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष  $(3, 8)$ ,  $(-4, 2)$  और  $(5, 1)$  हैं। 2

अथवा

आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$  का सहखंडज ज्ञात कीजिए।

11.  $x = 1$  पर फलन  $f(x) = 2x + 3$  के सांतत्य की जाँच कीजिए। 2

अथवा

$x$  के सापेक्ष  $\sin(\cos(x^2))$  का अवकलन कीजिए।

12. सदिश  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

यदि  $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$  और  $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ , तो दर्शाइए कि सदिश  $\vec{a} + \vec{b}$  तथा  $\vec{a} - \vec{b}$  लंबवत् हैं।

13. P का मान ज्ञात कीजिए ताकि रेखाएँ

$$\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2} \quad \text{और} \quad \frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$$

परस्पर लंब हों।

2

अथवा

रेखा युग्म

$$\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4} \text{ और } \frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$$

के मध्य कोण ज्ञात कीजिए।

14. एक रेखा का कार्तीय समीकरण

2

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+6}{3}$$

हैं। इस रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक रेखा की दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए जो निर्देशाक्षों के साथ समान कोण बनाती है।

15. एक बक्से में दस कार्ड 1 से 10 तक पूर्णांक लिखकर रखे गए और उन्हें अच्छी तरह मिलाया गया। इस बक्से से एक कार्ड यादृच्छ्या निकाला गया। यदि यह ज्ञात हो कि निकाले गए कार्ड पर संख्या 3 से अधिक है, तो इस संख्या के सम होने की क्या प्रायिकता है ?

2

अथवा

यदि  $P(A) = \frac{3}{5}$ ,  $P(B) = \frac{1}{5}$  और A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो  $P(A \cap B)$  ज्ञात कीजिए।

16. X का मान ज्ञात कीजिए यदि :

4

$$Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \text{ तथा } 2X + Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

अथवा

यदि

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ तथा } B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

हैं, तो  $(A + 2B)$  ज्ञात कीजिए।

17.  $a$  और  $b$  के मध्य उस संबंध को ज्ञात कीजिए जिसके लिए

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & \text{यदि } x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{यदि } x > 3 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन  $x = 3$  पर संतत है।

अथवा

यदि  $y + \sin y = \cos x$ , तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

18. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

वृत्त  $x^2 + y^2 = 4$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

19. आलेख द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

निम्न अवरोधों के अन्तर्गत

$$x + y \leq 50$$

$$3x + y \leq 90$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$z = 4x + y$  का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

आलेखीय विधि से निम्न समस्या को हल कीजिए :

निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$z = 3x + 9y$  का न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

20.  $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right), \frac{-3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए।

6

अथवा

$\tan^{-1} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}, x \neq 0$  को सरलतम रूप में लिखिए।

21. अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें  $f(x) = \sin x + \cos x; 0 \leq x \leq 2\pi$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f$ , वर्धमान या ह्रासमान है।

6

अथवा

एक स्थिर झील में एक पत्थर डाला जाता है और तरंगों वृत्तों में 4 cm/s की गति से चलती हैं। जब वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या 10 cm है, तो उस क्षण, घिरा हुआ क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है ?

22.  $\int \frac{x^3 \sin(\tan^{-1} x^4)}{1+x^8} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

6

अथवा

$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

23. अवकल समीकरण :

6

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

अथवा

अवकल समीकरण  $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।