

Roll No. ....

Total No. of Pages : 8

Total No. of Questions : 21

उत्तरमध्यमा द्वितीयखण्ड

विषय कोड : 832

गणित

अष्टम् प्रश्नपत्र

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 100

- निर्देश : (1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।  
(2) प्रश्न-पत्र में दिए गए निर्देश सावधानीपूर्वक पढ़कर प्रश्नों के उत्तर लिखिए।  
(3) प्रश्न-पत्र में दो खण्ड दिए गए हैं : खण्ड 'अ' और खण्ड 'ब'।  
(4) खण्ड 'अ' में प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रकार के प्रश्न दिए गए हैं। निर्देशानुसार हल कीजिए।  
(5) खण्ड 'ब' में प्रश्न क्रमांक 6 से 21 तक में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।  
(6) प्रत्येक प्रश्न के लिए आबंटित अंक उसके सम्मुख अंकित हैं।

खण्ड 'अ'

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए : 5

(i) व्यंजक  $\frac{2}{x^2 - 1}$  को आंशिक भिन्नों के रूप में लिखने पर सही उत्तर होगा :

(a)  $\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} \right]$

(b)  $\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right]$

(c)  $\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} \right]$

(d)  $\left[ \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right]$

(ii)  $2 \tan^{-1} x$  का मान है :

- (a)  $\tan^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$  (b)  $\tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$   
(c)  $\tan^{-1} \frac{1-x^2}{2x}$  (d)  $\tan^{-1} \frac{1+x^2}{2x}$

(iii) बिन्दु (3, 4, 5) की Y अक्ष से लम्बवत् दूरी है :

- (a)  $\sqrt{34}$  (b)  $\sqrt{41}$   
(c) 4 (d) 5

(iv) एक रेखा के दिक् अनुपात 1, 2, 3 हैं तो उसकी दिक् कोज्याएँ होंगी :

- (a)  $-\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{-3}{\sqrt{14}}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}$   
(c)  $\sqrt{14}, \sqrt{14}, \sqrt{14}$  (d) 1, 2, 3

(v) अक्षों से (2, 3 -4) के अन्तःखण्ड करने वाले समतल का समीकरण है :

- (a)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{3} = 0$  (b)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$   
(c)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$  (d) ये सभी

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

5

- (a) सदिश  $\vec{r}$ , x-अक्ष की दिशा में कार्यरत है। इसकी दिक् कोज्याएँ ..... होती हैं।  
(b)  $x^n$  का  $n$  वाँ अवकलन का सूत्र ..... होगा।  
(c) किसी भी कण का अधिकतम ऊँचाई पर वेग ..... होता है।  
(d) सीमाएँ 0 से 1 को चार समान भागों में बाँटकर समलम्ब चतुर्भुजीय नियम से  $\int_0^1 y dx =$  .....  
(e) आंकिक विधियाँ सम्बन्धी सिम्पसन नियम के अनुसार ..... सूत्र है।

3. सत्य/असत्य बताइये :

5

- (a) दो समांतर सदिशों का सदिश गुणनफल शून्य नहीं होता है।
- (b) त्रिभुज की तीन माध्यिकाओं द्वारा निर्धारित सदिशों का योग शून्य होता है।
- (c) समतल का अभिलम्ब रूप में समीकरण  $lx + my + nz = p$  होता है।
- (d) सहसम्बन्ध गुणांक  $r$  तथा समाश्रयण गुणांकों  $b_{xy}$  व  $b_{yx}$  में संबंध  $r = b_{xy} \cdot b_{yx}$  होता है।
- (e) सहसम्बन्ध गुणांक का मान 1 से अधिक होता है।

4. सही जोड़ियाँ बनाइए :

5

'अ'

'ब'

(a)  $\int e^{ax} \sin bx \, dx$

(i)  $\int_0^a f(a-x) \, dx$

(b)  $\int e^{ax} \cos bx \, dx$

(ii)  $\frac{1}{n} \log \frac{x^n}{x^{n+1}}$

(c)  $\int_{-a}^a f(x) \, dx = 0$

(iii)  $\frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} [a \sin bx - b \cos bx]$

(d)  $\int_0^a f(x) \, dx$

(iv)  $\frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} [a \cos bx + b \sin bx]$

(e)  $\int \frac{dx}{x(x^n + 1)}$

(v) यदि  $f(x)$  विषम फलन है

5. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए :

5

- (1) न्यूटन-रैफसन विधि द्वारा  $a$  के घनमूल ज्ञात करने का सूत्र होगा।
- (2) न्यूटन-रैफसन विधि से  $\sqrt{12}$  का मान प्रथम पुनरावृत्ति पश्चात् होगा।
- (3)  $.2642E05 + .3781E05$  का मान लिखिए।
- (4)  $a^x$  का अवकलन लिखिए।
- (5)  $\int \sec x dx$  का मान क्या होगा ?

खण्ड 'ब'

अतिलघूत्तरीय प्रश्न

6. यदि सदिश  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  हो, तो  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 4

अथवा

सिद्ध कीजिए कि :

$$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}, \vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} \text{ एवं } \vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$$

समतलीय हैं।

7. समतलों  $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) = 1$  तथा  $\vec{r} \cdot (-\hat{i} + \hat{j}) = 4$  के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

4

अथवा

किसी  $\Delta ABC$  के लिए सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A.$$

8. उस गोले का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र  $(1, -2, 3)$  तथा त्रिज्या 5 है। समीकरण का कार्तीय रूप भी लिखिए। 4

अथवा

उस सरल रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु  $(1, 2, 3)$  से गुजरती है तथा सदिश  $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  के समान्तर है। इसका कार्तीय रूप भी लिखिए।

9.  $\int \frac{dx}{4-9x^2}$  का मान ज्ञात कीजिए। 4

अथवा

$\int \log x dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

10.  $\int \frac{1}{e^x+1} dx$  का मान ज्ञात कीजिए। 4

अथवा

$\int_0^1 xe^x dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

11.  $\frac{1}{1-x^3}$  को आंशिक भिन्नों में व्यक्त कीजिए। 4

अथवा

भिन्न  $\frac{2x-5}{(x+3)(x+1)^2}$  को आंशिक भिन्नों में व्यक्त कीजिए।

12. यदि  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $x + y + z = xyz$  । 4

अथवा

सिद्ध कीजिए कि :

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \sin^{-1} \left[ x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} \right]$$

13. सिद्ध कीजिए कि :

4

$$\cos[\tan^{-1}\{\sin(\cos^{-1}x)\}] = \frac{1}{\sqrt{2-x^2}}$$

अथवा

यदि  $y = e^{\tan^{-1}x}$  हो तो सिद्ध कीजिए कि :

$$(1+x^2)y_2 + (2x-1)y_1 = 0.$$

लघुत्तरीय प्रश्न

14. प्रथम सिद्धांत से  $\tan 3x$  का अवकलन कीजिए :

5

अथवा

यदि  $x = at^2$  व  $y = 2at$  हो, तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  का मान ज्ञात कीजिए।

15.  $y = x[5-x]$ ,  $x$  के किस मान के उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ है ?

5

अथवा

एक वृत्त की त्रिज्या 3 सेमी. प्रति सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। क्षेत्रफल में वृद्धि किस दर से होगी ? यदि त्रिज्या 7 सेमी. है।

16. निम्नलिखित आँकड़ों के आधार पर सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए :

5

$x$	$y$
2	15
3	17
5	4
7	5
3	4

अथवा

दो चर राशियों  $x$  और  $y$  का सहसंबंध गुणांक  $\rho$  है, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\rho = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_{x-y}^2}{2\sigma_x\sigma_y}$$

17. यदि दो समाश्रयण गुणांक 0.8 तथा 0.2 हैं तो सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए। 5

अथवा

यदि समाश्रयण रेखाएँ क्रमशः  $3x + 12y - 19 = 0$  तथा  $9x + 3y - 46 = 0$  हों, तो सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए।

18. एक दौड़ में प्रथम आने के लिए A, B और C की प्रायिकता क्रमशः  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  व  $\frac{1}{6}$  है। उनमें से किसी एक के प्रथम आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

अथवा

एक कक्षा में 30% छात्रों ने गणित लिया है, 20% ने रसायन तथा 10% दोनों विषयों के छात्र हैं। उसके गणित या रसायन का छात्र होने की क्या प्रायिकता है ?

19. यदि : 6

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x + 1} & x \neq -1 \\ -2 & x = -1 \end{cases}$$

तो  $f(x)$  का  $x = -1$  पर सांतत्य का परीक्षण कीजिए।

अथवा

यदि  $f(x) = \frac{x}{x-3}$  और  $g(x) = \frac{3x}{x-1}$ , तो सिद्ध कीजिए कि :

$$g \circ f(x) = f \circ g(x)$$

20. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं  $(-1, 1, 1)$  तथा  $(1, -1, 1)$  से होकर जाता है तथा समतल  $x + 2y + 2z = 5$  पर लंब है। 6

अथवा

उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं  $(0, 0, 2)$ ,  $(0, 2, 0)$  तथा  $(2, 0, 0)$  से होकर गुजरता है और जिसका केन्द्र समतल  $x + y + z = 2$  पर स्थित है।

21. उन रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए जिनके सदिश समीकरण : 6

$$\vec{r} = (1 + 2\lambda)\hat{i} + (2 + 3\lambda)\hat{j} + (3 + 4\lambda)\hat{k} \text{ एवं}$$

$$\vec{r} = (2 + 3\mu)\hat{i} + (3 + 4\mu)\hat{j} + (4 + 5\mu)\hat{k}$$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$  और  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{3}$  परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं। प्रतिच्छेदी बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।